Fresnelschen Integrale

Berechnen Sie unter Verwendung des reellen Integrals

$$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-t^2}\,dt = \frac{1}{1}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-u}u^{-1/2}\,du = \frac{\Gamma(1/2)}{2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

die sogenannten Fresnelschen Integrale

$$I_c := \int_0^\infty \cos(t^2)\,dt \quad \text{und} \quad I_s := \int_0^\infty \sin(t^2)\,dt,$$

indem Sie die in ganz $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion $f(z) = \mathrm{e}^{-z^2}$ über den Rand des Kreissektors

$$S = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z| < R; 0 < arg(z) < \frac{\pi}{4} \right\}$$

integrieren, den Cauchyschen Integralsatz anwenden und schließlich den Grenzübergang $R \to \infty$ vollziehen.